

Informatique théorique et automates

L3 CDA

TD N° 2 : SÉMANTIQUE

Exercice 1

Démontrer les propriétés suivantes :

1. $\overline{a + b + bc} \equiv \overline{a} \overline{b}$
2. $a + b\overline{c} \equiv (a + b)(a + \overline{c})$
3. $(a + b)(b + c)(a + c) \equiv ab + ac + bc$

Exercice 2

Prouver algébriquement que $(p \longrightarrow q) \longrightarrow ((q \longrightarrow r) \longrightarrow (p \longrightarrow r))$, $(X \longrightarrow \neg X) \longleftrightarrow \neg X$ et $(a \longrightarrow c) \wedge (b \longrightarrow c) \wedge (a \vee b) \longrightarrow c$ sont des tautologies.

Exercice 3

1. Transformer la formule $\neg(p \implies q)$ en une formule ne contenant que les connecteurs \neg et \wedge . Vérifier la validité du résultat à l'aide de tables de vérité.
2. Même question avec la formule $p \wedge (q \wedge r)$ à transformer en n'utilisant que les connecteurs \neg et \implies .
3. Transformer les deux formules précédentes en utilisant uniquement le connecteur **nor**.

Exercice 4

Etablir la liste de toutes les fonctions booléennes de 2 variables et les reconnaître.

Exercice 5

Donner la forme normale disjonctive et conjonctive de :

$$S = A.(B + C) + \overline{A}.B.C$$

Exercice 6

En additionnant 2 nombres dont l'écriture dans le système binaire utilise au plus 2 chiffres, soient ab et cd , on obtient un nombre d'au plus 3 chiffres pqr . Par exemple, $11 + 01 = 100$. On demande de donner l'expression de p , q et r en fonction de a , b , c et d , à l'aide des connecteurs usuels.